Commerce & Management Quarterly, Vol.26, No.4, pp.471~499(2025)

隨機成本下供應鏈的評價－實質選擇權分析法

VALUATION OF A SUPPLY CHAIN UNDER STOCHASTIC COSTS - A REAL OPTIONS APPROACH

王偉弘*
國立臺北大學商學院國際財務金融碩士在職專班助理教授
廖四郎
國立政治大學金融學系教授

Wei-Hong Wang
Assistant Professor,
Executive Master of Business Administration in International Finance,
National Taipei University
Szu-Lang Liao
Professor, Department of Money and Banking,
National Chengchi University

摘要

本文嘗試架構一個二階序列式動態供應鏈，在市場的現貨價格為隨機、供應商每單位商品的製造成本、零售商每單位商品的進貨成本與現貨價格連動的情況之下，以無窮期之連續時間型態的實質選擇權方法導出最佳決策下之二階序列式動態供應鏈價值的封閉解。

*通訊作者，地址：237303 新北市三峽區大學路 151 號，電話：02-8674-1111 轉 67730
E-mail：wangwh@mail.ntpu.edu.tw

研究結果顯示，供應鏈商品出貨量與銷售量的最佳決策取決於現貨價格和供應商出貨給零售商之商品售價的門檻值、零售商賣給顧客之每單位商品售價的門檻值之間的關係，且市場的無風險利率和現貨價格報酬率的波動度與於最佳決策下之供應鏈價值呈正相關的現象，該結論與市場的無風險利率和現貨價格報酬率波動度的變化對單一公司價值的影響一致。

關鍵字：隨機成本、動態供應鏈、聯合利潤、門檻值、實質選擇權

ABSTRACT

This article adopts a real options approach in a perpetual continuous-time framework to derive the closed-form solution for the optimal operating policy of a two-echelon sequential dynamic supply chain. In this model, we assume that the spot price of goods follows a stochastic process, the per-unit costs for both the supplier and the retailer depend on changes in the spot price, and the sales volume of goods is a strategic decision variable.

The research results indicate that the optimal decisions for shipping volumes and sales volumes in the supply chain depend on the relationship between the spot price, the threshold price at which the supplier sells products to the retailer, and the threshold price at which the retailer sells each unit of the product to customers.

We also examine the effects of the market risk-free rate and the volatility of the spot price return, both of which are found to be positively correlated with the value of the supply chain. Consistent results are observed at the individual firm level, where both the risk-free rate and return volatility of the spot price exhibit a positive correlation with firm value.

Keywords: Stochastic Costs, Dynamic Supply Chain, Joint Profits, Threshold, Real Option

壹、前言

一、研究動機

從二十世紀末期至二十一世紀初期，由於科技的日新月異，造就了具備發達的網際網路、便捷的電子商務、迅速成長的通訊產業與成熟的電腦軟硬體等條件的市場，導致產品的生命週期（Product Life Cycle, PLC）日益縮短，進而使得企業越來越難經營。各家企業為了因應變化萬千的環境，無不卯足全力，在有限的資源下，尋求集團之間的整合或合作，以強化企業的競爭力，發揮企業本身的最大價值。我們可以從近二十年企業的營運方式觀察到，企業的經營者為了能永續經營，除了激發公司內部的自我成長之外，亦透過各種策略與手段，如購併（Merger & Acquisition）、異業結盟、組成供應鏈（Supply Chain）等方式追求企業外部自我成長。其中，供應鏈型態的經營方式就是近年來全球企業集團最熱門的發展模式。

依據供應鏈的發展狀況，我們將供應鏈分成三種型態：垂直整合（Vertical Integration）式供應鏈、水平整合（Horizontal Integration）式供應鏈與專業分工式供應鏈。就垂直整合式供應鏈方面，集團的經營者為了增加對其供應系統與配銷系統的控制權或所有權，而併購多家公司組成供應鏈，進行有效的管理，以鴻海公司和華碩公司最具代表性。Mentzer et. al.（2001）就曾指出，有效的供應鏈管理（Supply Chain Management, SCM）能增進單一公司與整體供應鏈的長期績效；就水平整合式供應鏈方面，公司的經營者為了擴大市場佔有率，併購多家性質相同的公司組成供應鏈，如電信業者的臺灣大哥大公司與遠傳公司、聯強電信聯盟等；就專業分工式供應鏈方面，公司規模大者，將公司內部細分多個部門，向精緻分工的營運模式邁進；公司規模小者，串聯多家性質不同的公司進行結盟與合作，如第二類電信業者的系統商與經銷商。企業在這些營運模式之下，確實提升了在市場上的競爭力，同時也創造出更大的利潤。Zhou and Yang（2008）就曾經指出，企業整合或合作所創造的聯合利潤，比單一公司所創造的利潤來得更多，足足可見企業組成供應鏈共創利潤、追求企業再成長的重要性。

有鑒於此，從前我們只針對投資專案或計劃的單一公司進行評價，如今因為企業經營型態的改變，必須轉而評價持有各種專案之供應鏈。傳統上，對於投資計劃、專案或公司價值的評價，常見的有回收期間法、淨現值法、內部報酬率法、情境分析法以及決策樹分析法等等。所謂的回收期間法，主要是計算投資資金能完全回收的時間。其優點是簡單易算，而且能知道回收資金的速度，缺點則是未能考慮貨幣的時間價值以及投資於未來時點的不確定性和管理彈性；淨現值法則是將未來現金流量折現到現

在之後加總並扣除投資成本，若為正則投資，若為負則不投資。其優點為能增加公司價值，缺點則和回收期間法相同，未能考慮投資在未來時點的不確定性以及缺乏管理彈性；內部報酬率法則是利用淨現值為零的方法找出最低報酬率，其優點為能與資金成本率比較，缺點則是具有與淨現值法相同的缺點，甚至還會出現多重解；情境分析法則是假設各種不同的投資情境，在這些情境之下衡量投資結果。情境分析法雖然有著考慮投資於未來時點之部分不確定性的優點，然而，仍然具有缺乏管理彈性的缺點；決策樹分析法則是將未來可能的情境以及所對應的決策藉由樹狀圖表達，並計算出各節點的期望值。優點也是能考慮投資於未來時點的部分不確定性，也能衡量部分的管理彈性，可是，當市場過於複雜時，在期望值計算上的精確度將大為降低。

當前眾多評估投資計劃、專案與公司價值的決策方法中，以淨現值法和實質選擇權分析法為主流。雖然淨現值法有著回收資金的淨現值為正，以執行投資計劃的價值最大化為原則，然而，卻因為其靜態分析的特性，較適合用在未來時點之不確定性極低、決策單純無彈性的投資環境。此時，有別於淨現值法以及其它的投資決策方法、結合財務領域中選擇權評價理論的實質選擇權分析法，在計劃、專案或公司價值的評價上，更能夠考慮投資於未來時點的不確定性以及決策者在管理上的彈性，從而有效地將這些隱形價值融入而正確評估之。實質選擇權分析法不但能突破靜態、一次性決策的限制，同時能動態調整計劃、專案或公司價值，甚至在考慮眾多因素而建立評價模型時，能精確評價出計劃、專案或公司價值。就因為實質選擇權分析法的動態評價特性能改善其它分析方法的缺點，因此成為近年來評價投資計劃、專案、公司價值最主要的方法，再加上當前企業或集團的運作模式，又以供應鏈的組成與運作為主要方式，因此，供應鏈價值能否精確評估，其重要性更甚於單一公司價值的評估，而這也就是為何本文要研究供應鏈評價的動機。

二、文獻回顧

雖然以往對於公司專案價值的評價，最常使用的方法是淨現值法（Net Present Value, NPV）。然而，該方法卻容易忽略投資計畫具有高度的不確定性、設廠的不可回復性、可任意選擇投資時間，以等待更好的時機投資與管理決策具有彈性等因素。Pindyck（1988）就曾指出，公司對於所投資的專案，必須考慮投資支出的評估，並保有擴張或緊縮的彈性決策；Triantis and Hodder（1990）亦曾指出，以淨現值法評價資產，容易忽略不確定性與生產彈性，而低估實質資產的價值，應該將生產彈性視為複雜的選擇權來評價；Ingersoll Jr and Ross（1992）亦指出，公司面對一項投資專案價值的評估時，必須考慮利率的不確定性，以決定是否延遲投資。Boyle and Guthrie（2003）亦曾提及，投資的不確定性因素越高時，越難在事前正確的評估投資結果。若公司對

於投資專案價值估計不精確，會增加在投資上的風險，容易造成公司巨大的損失，尤有甚者，以現在處處都是供應鏈運作的模式之下，錯誤的評估對供應鏈價值的影響更為嚴重。正因為淨現值法有著上述的問題，將選擇權理論應用在實質資產與產業的評估上所發展出的實質選擇權分析法評價各種專案、計劃、公司價值，就彌補了淨現值法的不足，而成為企業廣泛應用的方法。在過去的文獻中，不乏以實質選擇權方法評價資產或公司價值的文章，如：McDonald and Siegel（1986）就評價具有彈性決策生產力之投資計劃；Brennan and Schwartz（1985）對企業所投資的自然資源進行評價；Paddock, Siegel, and Smith（1988）以複合美式選擇權（Compound American Options）評價石油礦權；Majd and Pindyck（1987）對可分階段投資的計畫或專案進行決策與評價；He and Pindyck（1992）評價具有彈性技術產品的生產計劃；Cortazar and Schwartz（1993）則評價兩階段式生產之公司價值。近年來，供應鏈的興起，連帶使得供應鏈價值的探討、評價和策略日益重要，Burnetas and Ritchken（2005）就曾針對負斜率（Downward-sloping）需求曲線下之供應鏈選擇權，以實質選擇權分析法評價；Nembhard, Shi, and Aktan（2005）以實質選擇權分析法對在隨機匯率情況之下，具有彈性經營決策之供應鏈價值評價，並以蒙地卡羅法進行數值分析；Litvinchev, Rios, Özdemir, and Hernández-Landa（2014）則在隨機需求與回收激勵機制下之供應鏈模型中，考慮成本對供應鏈的影響，而提供最佳的回收定價策略；Li, Wu, and Li（2018）也曾經考慮碳交易模型，以實質選擇權分析法，研究在碳價波動下企業延後投資之最佳投資時機；Malik and Sarkar（2019）則在模糊隨機環境之下，考慮透過賣家縮短交貨時間激勵買方參與的供應鏈管理模型，提升了供應鏈的利潤；Jauhari, Affifah, Laksono, and Utama（2024）則是建立了考慮隨機需求、匯率變動、綠色投資與碳稅的單一製造商、單一零售商組成之封閉式供應鏈庫存模型，並得到匯率的不確定性、存貨交付次數、存貨交付頻率與投資綠色科技的金額大小等因素，是供應鏈管理者決策時必須考慮的結論；Kungwalsong, Cheng, Yuangyai, and Janjarassuk（2021）更考慮干擾事件在設施中斷之兩階段隨機供應鏈網絡設計模型的影響，並提供在該供應鏈網絡管理的可行性，以提升供應鏈的韌性；Wu, De Schutter, Rezaei, and Tavasszy（2023）則是探討在隨機需求下綠色供應鏈中所涉及的產品定價、訂購與綠色化決策問題，並分析需求的不確定性對綠色供應鏈效率與產品價格之影響；Jauhari, Pujawan, and Suef（2021）則是考慮一個將運輸、生產與儲存過程中產生的碳排放之單一製造商、單一零售商的封閉式供應鏈存貨模型，得到了透過回收率與生產分配策略，能降低成本、減低碳排，使供應鏈系統的整體成本達到最小。Arasteh（2020）的供應鏈架構，則是建立了多家供應商、多家零售商與多位消費者的供應鏈，在離散時間型態上，以實質選擇權為基礎的評價方法，支援不確定性下的決策，並與淨現值法進行量化比較。

然而，以上對於供應鏈價值的探討或是供應鏈評價的文獻，不是模型架構不完整，就是評價方法採用淨現值法或折現現金流量法，對於探討成本與售價之間對供應鏈的重要性、成本與售價的變動對供應鏈價值的影響著墨較少，即使是使用實質選擇權評價供應鏈，也都是以離散時間的型態為模型架構的考量。有鑒於此，本文的供應鏈，則嘗試在現貨價格為隨機、成本與現貨價格連動的假設下，完整架構一個由單一供應商、單一零售商組成之集團與多個消費者組成之垂直整合的二階序列式動態供應鏈模型。在決策模式上，以供應商商品的製造量與零售商商品的銷售量為決策。在評價方法上，本文則是有別於離散時間型態的實質選擇權分析法，而考慮在連續時間型態的實質選擇權分析法評價，導出於最佳決策下供應鏈價值的封閉解，以有效而精確地評價供應鏈的價值，並以比較靜態分析法就市場的無風險利率與現貨價格報酬率的波動度對供應商商品出貨價格的門檻值與零售商商品銷售價格的門檻值以及供應鏈價值之影響所產生的現象進行分析與解釋。

三、研究目的

有鑒於研究動機與文獻回顧所述，本文提出以下三點研究目的：

(一)建構二階序列式動態供應鏈，並找出在最佳決策之下供應鏈精確價值的封閉解。

(二)提出在市場現貨價格隨機變動之下，供應商與零售商之最佳銷售策略。

(三)分析重要的市場參數對供應鏈價值的影響。

後續架構安排如下：貳為供應鏈模型的建立，包含符號說明、假設條件、供應鏈的聯合利潤與最佳決策下供應鏈價值的建立；參為求出現貨價格在最佳決策下供應鏈價值的封閉解；肆為供應商每單位商品出售價的門檻值、零售商每單位商品售價的門檻值與最佳決策下供應鏈價值的敏感度分析；伍為本文的結論。

貳、供應鏈模型的建立

在架構供應鏈的模型前，我們先介紹本文設定之供應鏈的規模與營運方式。本文的供應鏈，為商品生產與銷售之垂直整合的序列式動態供應鏈（Sequential Dynamic Supply Chain）。此供應鏈的企業皆屬同一集團，供應鏈的成員是由單一供應商、單一零售商和多個消費者所組成，為了使集團擁有最大利益，在此集團中的經營者有「尋求整體供應鏈最大聯合利潤」為共識的認知。在此供應鏈中，供應商的職責是負責製

造商品，並將所有的商品提供給零售商，零售商負責將商品銷售出去。當供應商有產出時，就立即出貨，並以市價售予零售商。該生產模式對供應商的優點是，供應商不會有存貨成本的壓力；對零售商而言，因供應商沒有保留存貨，若零售商所購得的商品有瑕疵，假設在不考慮退貨的情況下，零售商是不能換貨的，因零售商無法接受有瑕疵的商品，故會要求供應商對商品的品質嚴格控管。如此，零售商就能確保購得優良品質的商品。在此營運機制下，該集團之供應商只有生產與銷貨的問題，而零售商就會有進貨、銷貨和存貨三種問題。在陳述完該供應鏈的運作模式後，我們就能開始架構本文的模型。

一、符號與假設條件

本小節先介紹模型中所使用的一些符號的意義，說明如下：

$Q_{s,t}$	在時點 t，$t \geq 0$，供應商製造並出貨給零售商之商品數量。
$\widehat{Q_S}$	供應商製造並出貨給零售商之商品數量的門檻值，$\widehat{Q_S}$ 為常數。該門檻值即為供應商製造與出貨量的上限。
$Q_{R,t}$	在時點 t，$t \geq 0$，零售商商品之銷售量。
$\widehat{Q_R}$	零售商商品銷售量的門檻值，$\widehat{Q_R}$ 為常數。此門檻值即零售商商品銷售量的上限。
$C_{S,t}$	在時點 t，$t \geq 0$，供應商每單位商品的製造成本。
$C_{R,t}$	在時點 t，$t \geq 0$，零售商每單位商品的進貨成本。
$S_{S,t}$	在時點 t，$t \geq 0$，供應商出貨給零售商之每單位商品的價格。
$\widehat{S_S}$	供應商出貨給零售商之每單位商品售價的門檻值，$\widehat{S_S}$ 為常數。
$S_{R,t}$	在時點 t，$t \geq 0$，商品在市場上的單價，即現貨價格。
$\widehat{S_R}$	零售商每單位商品售價的門檻值，$\widehat{S_R}$ 為常數。
$P(S_{R,t})$	在時點 t，$t \geq 0$，零售商所持有之每單位存貨的價值。
r	市場的無風險利率，r 為正的常數。

由於供應鏈有著一連串複雜的產銷供輸系統的過程，為了能確實建立供應鏈的模型並分析之，有些因素在本文中非分析的重點，都會予以忽略或令其保持不變，例如，我們不考慮供應商與零售商商品售出後的折讓問題、不考慮瑕疵品的退貨問題、不考慮供應商廠房設備的折舊問題、生產技術保持不變等等，以便建立模型。現在，我們給定模型的基本假設如下：

假設(1)：市場環境

假設供應鏈所面對的市場，為一個國內的消費市場，該消費市場為完全競爭市場。

假設(2)：現貨價格

假設每單位的現貨價格服從幾何布朗運動（Geometric Brownian Motion, GBM）如下：

$$\frac{dS_{R,t}}{S_{R,t}} = \left(r - c\right)dt + \sigma dW_t \tag{1}$$

其中：$r - c$ 為每單位現貨價格報酬率的期望成長率，c 為每單位現貨價格的便利性收益率（Convenience Yield），c 為正的常數；σ 為每單位現貨價格報酬率的波動度，σ 為正的常數；W_t 為在風險中立機率測度 P 之下的標準布朗運動。

假設(3)：供應商商品的售價與零售商商品的進貨成本

就零售商的角度而言，在時點 t，零售商每單位商品的進貨成本等於供應商每單位商品的售價，所以，我們可以假設：

$$S_{S,t} = C_{R,t} \tag{2}$$

假設(4)：供應商商品的製造成本與零售商商品的進貨成本

由於零售商商品的進貨成本等於供應商商品的售價，若供應商所生產之商品製造成本的變動與現貨價格的變動有連帶關係，零售商的進貨成本就會隨著現貨價格同步變動。在 Schwartz and Moon（2001）一文中指出，於時點 t 時，供應商每單位商品的製造成本是由兩部份組成，第一部份是與每單位商品售價成比例之變動成本，第二部份是固定成本；同樣的，零售商每單位商品的進貨成本亦為與每單位商品售價成比例之變動成本和固定成本之和。因此，在時點 t，$t \geq 0$ 時，我們可以假設：

$$C_{S,t} = aS_{S,t} + C_{S,0}$$

（3）

$$C_{R,t} = bS_{R,t} + C_{R,0} \tag{4}$$

此處：$C_{S,0}$ 為供應商製造商品所必須投資的沉沒成本，$0 < C_{S,0} \le C_{S,t}$；
$C_{R,0}$ 為零售商進貨時所必需投資的沉沒成本，$0 < C_{R,0} \le C_{R,t}$；
a 和 b 為比例常數，$0 \le a < 1$，$0 \le b < 1$。

二、供應鏈的聯合利潤與存貨價值

令供應鏈在時點 t 的聯合利潤（Joint Profit Flow）為$\pi_t(S_{R,t},Q_{S,t},Q_{R,t})$。由於供應商的利潤取決於對零售商的出貨利潤，所以，當供應商的出貨量為 $Q_{S,t}$ 時，出貨利潤為 $Q_{S,t}(S_{S,t}-C_{S,t})$；零售商的利潤則由銷售利潤以及未銷售的商品總價值構成，當零售商的進貨量為 $Q_{S,t}$，出貨量為 $Q_{R,t}$，$Q_{R,t} < Q_{S,t}$ 時，銷貨利潤為 $Q_{R,t}(S_{R,t}-C_{R,t})$，未售出的商品數量 $Q_{S,t}-Q_{R,t}$ 則成為存貨，存貨總價值為$(Q_{S,t}-Q_{R,t})P(S_{R,t})$，此部分為零售商尚未實現的銷貨利潤，當零售商將存貨出清時，存貨價值就轉變成已實現的銷貨利潤。因此，聯合利潤由供應商出貨的利潤、零售商銷貨的利潤以及零售商所持有之存貨的總價值共三部份組成。據此，我們可以建立供應鏈的聯合利潤如下：

$$\begin{aligned}&\pi_t\left(S_{R,t},Q_{S,t},Q_{R,t}\right)\\&=S_{R,t}\left[b(1-a)Q_{S,t}+(1-b)Q_{R,t}\right]+\left(Q_{S,t}-Q_{R,t}\right)P\left(S_{R,t}\right)+\left[(1-a)Q_{S,t}-Q_{R,t}\right]C_{R,0}-Q_{S,t}C_{S,0}\end{aligned} \tag{5}$$

上式的存貨價值 $P(S_{R,t})$是如何定義的呢？因為零售商對存貨擁有持有與出清的權利，而且零售商可視市場上的現貨價格決定將存貨提前出清或延後出清，若零售商持有的存貨，其價格在未來是可期待的，此時零售商持有的存貨就如同持有一個尚未實現價值的美式買權，當存貨出清時，就如同執行美式買權，促使價值實現而獲得利潤。所以，於時點 t，$t \ge 0$ 時，每單位存貨的價值就能以美式買權的定義表示如下：

$$P\left(S_{R,t}\right)=\max_{u\in\tau}\mathbb{E}_t\left[\left(S_{R,u}-C_{R,u}\right)^+ e^{-r(u-t)}\right]=\max_{u\in\tau}\mathbb{E}_t\left[\left((1-b)S_{R,u}-C_{R,0}\right)^+ e^{-r(u-t)}\right] \text{，} u \ge t$$

此處之 $E_t(\cdot)$為在 t 期訊息下的條件期望值；τ 為所有停止時間（stopping time）的集合。

因為零售商能根據現貨價格與其每單位商品售價的門檻值決定將商品庫存或出清，所以，零售商在處理存貨的最佳操作策略之下，於時點 t 時之每單位存貨的價值為：

$$P\left(S_{R,t}\right)=\begin{cases}\left(\left(1-b\right)\widehat{S_R}-C_{R,0}\right)\left[\dfrac{\left(1-b\right)S_{R,t}}{\widehat{S_R}}\right]^{d_1}, & \text{當 } S_{R,t}<\widehat{S_R}\text{時}\\ \left(1-b\right)S_{R,t}-C_{R,0}, & \text{當 } S_{R,t}\geq\widehat{S_R}\text{時}\end{cases} \tag{6}$$

此處：$d_1=\dfrac{1}{2}-\dfrac{r-c}{\sigma^2}+\left[\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{r-c}{\sigma^2}\right)^2+\dfrac{2r}{\sigma^2}\right]^{\frac{1}{2}}=\alpha_1+\alpha_2>1$；

$$d_2=\frac{1}{2}-\frac{r-c}{\sigma^2}-\left[\left(\frac{1}{2}-\frac{r-c}{\sigma^2}\right)^2+\frac{2r}{\sigma^2}\right]^{\frac{1}{2}}=\alpha_1-\alpha_2<0$$ 。

其中：$\alpha_1=\dfrac{1}{2}-\dfrac{r-c}{\sigma^2}$，$\alpha_2=\left[\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{r-c}{\sigma^2}\right)^2+\dfrac{2r}{\sigma^2}\right]^{\frac{1}{2}}=\left(\alpha_1{}^2+\dfrac{2r}{\sigma^2}\right)^{\frac{1}{2}}$。

（6）式的 $\left(\left(1-b\right)\widehat{S_R}-C_{R,0}\right)\left[\dfrac{\left(1-b\right)S_{R,t}}{\widehat{S_R}}\right]^{d_1}$ 為庫存存貨每單位存貨的價值，$\left(1-b\right)S_{R,t}-C_{R,0}$則是出清存貨時每單位存貨價值的實現。將（6）式代入（5）式後，就可改寫供應鏈於時點 t 之聯合利潤如下：

$$\pi_t\left(S_{R,t},Q_{S,t},Q_{R,t}\right)=\begin{cases}S_{R,t}\left[b\left(1-a\right)Q_{S,t}+\left(1-b\right)Q_{R,t}\right]+\left[\left(1-a\right)Q_{S,t}-Q_{R,t}\right]C_{R,0}\\ -Q_{S,t}C_{S,0}+\left(Q_{S,t}-Q_{R,t}\right)\left(\left(1-b\right)\widehat{S_R}-C_{R,0}\right)\left[\dfrac{\left(1-b\right)S_{R,t}}{\widehat{S_R}}\right]^{d_1}, & \text{當}S_{R,t}<\widehat{S_R}\text{時}\\ Q_{S,t}\left[\left(1-ab\right)S_{R,t}-aC_{R,0}-C_{S,0}\right], & \text{當}S_{R,t}\geq\widehat{S_R}\text{時}\end{cases} \tag{7}$$

就供應商的角度而言，當供應商每單位商品的製造成本高於其售價時，供應商就會停止生產；反之，則開出產能製造商品。所以，欲使供應商開出產能之售價的最低門檻值，就必須為每單位商品售價等於每單位商品的製造成本，即 $S_{S,t}=C_{S,t}$ 時。也就是供應商出貨給零售商之每單位商品售價的門檻值為：

$$\widehat{S_S}=\frac{C_{S,0}}{1-a} \tag{8}$$

就零售商的角度而言，由於零售商持有存貨，零售商將存貨出清的最低售價就是零售商商品售價的門檻值，所以，零售商每單位商品售價的門檻值為：

$$\widehat{S_R} = \frac{d_1}{(1-b)(d_1-1)} \times C_{R,0} \tag{9}$$

對零售商而言，供應商將商品出貨給零售商的售價，就是零售商商品的進貨成本，所以，而零售商每單位商品的售價不能低於進貨成本才不會虧損，故在合理的情況下，$\widehat{S_S}$ 和 $\widehat{S_R}$ 的大小關係為：$\widehat{S_S} \le \widehat{S_R}$。

三、最佳決策下供應鏈價值的建立

供應鏈的決策，為以供應商於時點 t 所製造之商品的數量 $Q_{S,t}$ 與零售商於時點 t 之商品銷售量 $Q_{R,t}$ 為決策變數，做為策略執行的考量。若供應商與零售商所制定的策略為使供應鏈價值達到最大的操作策略，則在此最佳操作策略下，供應鏈於時點 t 的價值就是由此供應鏈預期未來之每個時點的聯合利潤折現至 t 時點並加總後而得。令 G 為最佳決策下的供應鏈價值，$G=G(S_{R,t})$，則：

$$G\left(S_{R,t}\right) = \max_{Q_{S,t},Q_{R,t}} \mathbb{E}_t\left[\int_t^{\infty} \pi_u\left(S_{R,u},Q_{S,u},Q_{R,u}\right) e^{-r(u-t)} du\right]$$

於 $\left[t,t+dt\right]$ 期間，供應鏈價值的總報酬為在時點 t 獲取的利潤與所預期供應鏈價值增值的總和，所以，此模型的 HJB 方程式（Hamilton-Jacobi-Bellman Equation）為：

$$rG = \max_{Q_{S,t},Q_{R,t}}\left[\pi_t\left(S_{R,u},Q_{S,u},Q_{R,u}\right) + \frac{1}{dt}\mathbb{E}_t\left(dG\right)\right] \tag{10}$$

利用伊藤公式（It$\hat{o}$'s Lemma）將 dG 展開，與（7）式一起代入（10）式，整理之後，就可得到：

$$
\begin{cases}
\max\limits_{Q_{S,t},Q_{R,t}} \Big\{ S_{R,t}\left[b(1-a)Q_{S,t}+(1-b)Q_{R,t}\right]+\left[(1-a)Q_{S,t}-Q_{R,t}\right]C_{R,0} \\
\qquad -Q_{S,t}C_{S,0}+\left(Q_{S,t}-Q_{R,t}\right)\left((1-b)\widehat{S_R}-C_{R,0}\right)\left[\dfrac{(1-b)S_{R,t}}{\widehat{S_R}}\right]^{d_1} \\
\qquad +(r-c)S_{R,t}G_{S_{R,t}}+\dfrac{1}{2}\sigma^2 S_{R,t}{}^2 G_{S_{R,t}S_{R,t}}-rG \Big\}=0 & \text{，當} S_{R,t}<\widehat{S_R}\text{時} \\
\max\limits_{Q_{S,t},Q_{R,t}} \Big\{ Q_{S,t}\left[(1-ab)S_{R,t}-aC_{R,t}-C_{S,t}\right] \\
\qquad +(r-c)S_{R,t}G_{S_{R,t}}+\dfrac{1}{2}\sigma^2 S_{R,t}{}^2 G_{S_{R,t}S_{R,t}}-rG \Big\}=0 & \text{，當} S_{R,t}\geq\widehat{S_R}\text{時}
\end{cases}
\quad (11)
$$

此處之 $G_{S_{R,t}}$ 為 G 對現貨價格 $S_{R,t}$ 的一階偏導函數，$G_{S_{R,t}S_{R,t}}$ 為 G 對現貨價格 $S_{R,t}$ 的二階偏導函數。

顯而易見地，受到產能上的限制，供應商商品的出貨量不會超過上限 $\widehat{Q_S}$，零售商商品的銷售量也不會超過上限 $\widehat{Q_R}$，以及零售商在無庫存的情況下的銷貨量不會超過進貨量的門檻值 $\widehat{Q_S}$，因此，（11）式的限制條件為：

$$0 \leq Q_{S,t} \leq \widehat{Q_S}$$

$$0 \leq Q_{R,t} \leq \widehat{Q_S} \leq \widehat{Q_R}$$

依據 Dixit and Pindyck（1994）的論點，在求（11）式的封閉解之前，必須先執行使此供應鏈價值達到最大的決策，也就是先找尋供應商的最佳出貨量與零售商的最佳銷售量。找尋供應商最佳出貨量與零售商最佳銷售量的方法如下：

對任意時點 t，都有一組$(Q_{S,t},Q_{R,t})$，在這些$(Q_{S,t},Q_{R,t})$中，選擇最適當的$(Q_{S,t},Q_{R,t})$，令其為(Q^*_S,Q^*_R)，即為供應商的最佳出貨量與零售商的最佳銷售量。接著，將此供應鏈的最佳出貨量與最佳銷售量(Q^*_S,Q^*_R)代入（11）式之後，就形成供應鏈於最佳決策下之價值的二階微分方程式如下：

對任意時點 t，$t \geq 0$ ：

$$\begin{cases}\frac{1}{2}\sigma^2 S_R{}^2 G_{S_R S_R}+\left(r-c\right)S_R G_{S_R}-rG=S_R\left[b\left(a-1\right)Q_S{}^*+\left(b-1\right)Q_R{}^*\right] \\ +\left[\left(a-1\right)Q_S{}^*+Q_R{}^*\right]C_{R,0}+Q_S{}^*C_{S,0}-\left(Q_S{}^*-Q_R{}^*\right)\left(\left(1-b\right)\widehat{S_R}-C_{R,0}\right)\left[\frac{\left(1-b\right)S_R}{\widehat{S_R}}\right]^{d_1} & ,\text{當}S_R<\widehat{S_R}\text{時} \\ \frac{1}{2}\sigma^2 S_R{}^2 G_{S_R S_R}+\left(r-c\right)S_R G_{S_R}-rG=Q_S{}^*\left[\left(ab-1\right)S_{R,t}+aC_{R,0}+C_{S,0}\right] & ,\text{當}S_R\geq\widehat{S_R}\text{時}\end{cases} \quad (12)$$

參、最佳決策下供應鏈價值的封閉解

對任意時點 t，$t\geq 0$，根據供應商每單位商品售價的門檻值 $\widehat{S_S}$、零售商每單位商品售價的門檻值 $\widehat{S_R}$ 和現貨價格 S_R 之間的大小關係，我們分成 $0\leq S_R<\widehat{S_S}<\widehat{S_R}$、$\widehat{S_S}\leq S_R<\widehat{S_R}$ 和 $\widehat{S_S}<\widehat{S_R}\leq S_R$ 三種情形討論供應鏈於最佳決策下的價值。

第一種情況：當 $0\leq S_R<\widehat{S_S}<\widehat{S_R}$ 時：

因為現貨價格低於供應商與零售商每單位商品售價的門檻值，對供應商而言，此時若製造商品並出貨給零售商只會造成虧損，為了避免損失，供應商最好的策略是不生產商品。而零售商沒有供應商提供商品，無法進貨，當然就無法銷售商品給消費者。因此，供應鏈經營者的最佳決策應為 $Q_S{}^*=Q_R{}^*=0$。在此情形之下，供應鏈在時點 t 的聯合利潤為：$\pi_t(S_R;Q^*_S,Q^*_R)$。所以，（12）式變成：

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S_R{}^2 G_{S_R S_R}+\left(r-c\right)S_R G_{S_R}-rG=0 \quad (13)$$

在（13）式中，我們令所求的供應鏈價值為 $H(S_R)$，也就是 $H(S_R)=G(S_R)$，簡寫成 $H=G$。所以，（13）式就成為：

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S_R{}^2 H_{S_R S_R}+\left(r-c\right)S_R H_{S_R}-rH=0 \quad (14)$$

第二種情況：當 $\widehat{S_S} \le S_R < \widehat{S_R}$ 時：

對供應商而言，因為現貨價格高於供應商每單位商品售價的門檻值，所以供應商願意將產能開到最大並立即將商品出貨給零售商；對零售商而言，由於現貨價格低於零售商每單位商品售價的門檻值，此時零售商銷售商品是會虧損的，又零售商預期未來的現貨價格會上揚並且超過其每單位商品售價的門檻值，所以，零售商最好的經營方式是先進貨庫存，以等待未來商品價格上漲時，於更好的時機銷售。因此供應商的最佳決策為 $Q_S{}^* = \widehat{Q_S}$，零售商的最佳決策為 $Q_R{}^* = 0$。所以，在 $Q_S{}^* = \widehat{Q_S}$ 及 $Q_R{}^* = 0$ 時，供應鏈在時點 t 的聯合利潤為：

$$\pi_t\left(S_R; Q_S{}^*, Q_R{}^*\right) = \widehat{Q_S}\left[b(1-a)S_{R,t} + (1-a)C_{R,0} - C_{S,0} + \left((1-b)\widehat{S_R} - C_{R,0}\right)\left(\frac{(1-b)S_{R,t}}{\widehat{S_R}}\right)^{d_1}\right]$$

所以，（12）式成為：

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2}\sigma^2 S_R{}^2 G_{S_R S_R} + (r-c)S_R G_{S_R} - rG \\
&= \widehat{Q_S}\left[b(a-1)S_R + (a-1)C_{R,0} + C_{S,0} - \left((1-b)\widehat{S_R} - C_{R,0}\right)\left(\frac{(1-b)S_R}{\widehat{S_R}}\right)^{d_1}\right]
\end{aligned} \tag{15}$$

在（15）式中，我們令所求的供應鏈價值為 $U(S_R)$，也就是 $U(S_R) = G(S_R)$，簡寫成 $U = G$。所以，（15）式變成：

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2}\sigma^2 S_R{}^2 U_{S_R S_R} + (r-c)S_R U_{S_R} - rU \\
&= \widehat{Q_S}\left[b(a-1)S_R + (a-1)C_{R,0} + C_{S,0} - \left((1-b)\widehat{S_R} - C_{R,0}\right)\left(\frac{(1-b)S_R}{\widehat{S_R}}\right)^{d_1}\right]
\end{aligned} \tag{16}$$

第三種情況：當 $\widehat{S_S} < \widehat{S_R} \le S_R$ 時：

因為現貨價格高於供應商與零售商每單位商品售價的門檻值，無論是供應商或是零售商，商品銷售量越多，獲利越多。因此，供應商會將產能開到最大並立即將商品出貨給零售商，即 $Q_S^* = \widehat{Q_S}$，而零售商進貨後的最佳決策為，立刻將現貨全部賣出，即 $Q_R^* = \widehat{Q_S}$。所以供應商與零售商的最佳決策為 $Q_S^* = \widehat{Q_S} = Q_R^*$。在 $Q_S^* = \widehat{Q_S} = Q_R^*$ 時，供應鏈於時點 t 的聯合利潤為：

$$\pi_t\left(S_R; Q_S^*, Q_R^*\right) = \widehat{Q_S}\left[\left(1-ab\right)S_R - aC_{R,0} - C_{S,0}\right]$$

所以，（12）式可寫成：

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S_R^{\,2} G_{S_R S_R} + \left(r-c\right)S_R G_{S_R} - rG = \widehat{Q_S}\left[\left(ab-1\right)S_R + aC_{R,0} + C_{S,0}\right] \tag{17}$$

在（17）式中，我們令所求的供應鏈價值為 V(S$_R$)，也就是 V(S$_R$)＝G(S$_R$)，簡寫成 V＝G。因此，（17）式變成：

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S_R^{\,2} V_{S_R S_R} + \left(r-c\right)S_R V_{S_R} - rV = \widehat{Q_S}\left[\left(ab-1\right)S_R + aC_{R,0} + C_{S,0}\right] \tag{18}$$

（14）式、（16）式和（18）式必須滿足：

H(0)＝0 （19）

價值對等條件（Value-Matching Condition）：$H\left(\widehat{S_S}\right) = U\left(\widehat{S_S}\right)$ 及 $U\left(\widehat{S_R}\right) = V\left(\widehat{S_R}\right)$

平滑相貼條件（Smooth-Pasting Condition）：$H_{S_R}\left(\widehat{S_S}\right) = U_{S_R}\left(\widehat{S_S}\right)$ 及 $U_{S_R}\left(\widehat{S_R}\right) = V_{S_R}\left(\widehat{S_R}\right)$

$$\lim_{S_R \to \infty} \frac{V\left(S_R\right)}{S_R} < \infty \tag{20}$$

（14）式的封閉解可由 Musiela and Rutkowski（2004）的結果得到如下：

$$H\left(S_R\right) = A_1 S_R^{\,d_1} + A_2 S_R^{\,d_2} \tag{21}$$

因為（21）式必須滿足邊界條件（19）式，而且 $d_2 < 0$，因此，$A_2 = 0$。所以，（21）式可以化簡為：

$$H\left(S_R\right) = A_1 S_R^{\,d_1} \tag{22}$$

其中：

$$A_1 = \frac{\widehat{Q_S}}{2\alpha_2} \times \left\{ \widehat{S_R}^{\,1-d_1} \times \left[\frac{(1-b)(1-d_2)}{c} + \frac{d_2 C_{R,0}}{r\widehat{S_R}} + \frac{2\sigma^2\alpha_2^{\,2}\left((1-b)\widehat{S_R} - C_{R,0}\right)(1-b)^{d_1}\ln\widehat{S_R}}{\widehat{S_R}} \right] \right.$$
$$+\widehat{S_S}^{\,1-d_1} \times \left[\frac{b(1-a)(1-d_2)}{c} + \frac{d_2\left((a-1)C_{R,0} + C_{S,0}\right)}{r\widehat{S_S}} \right.$$
$$\left.\left. - \frac{2\sigma^2\alpha_2^{\,2}\left((1-b)\widehat{S_R} - C_{R,0}\right)\ln\widehat{S_S}}{\widehat{S_S}} \times \left(\frac{(1-b)\widehat{S_S}}{\widehat{S_R}} \right)^{d_1} \right] \right\}$$

（22）式的意義為：在現貨價格 S_R 低於供應商出貨給零售商之每單位商品售價的門檻值 $\widehat{S_S}$ 和零售商每單位商品售價的門檻值 $\widehat{S_R}$ 時，決策者在最佳決策 $Q_S^* = Q_R^* = 0$ 之供應鏈的精確價值。

（16）式的封閉解為：

$$U\left(S_R\right) = B_1 S_R^{\,d_1} + B_2 S_R^{\,d_2} + \widehat{Q_S} \times \left[\frac{b(1-a)}{c} \times S_R + \frac{(1-a)C_{R,0} - C_{S,0}}{r} \right.$$
$$\left. - \sigma^2\alpha_2\left((1-b)\widehat{S_R} - C_{R,0}\right)\left(\frac{(1-b)S_R}{\widehat{S_R}} \right)^{d_1}\left(\ln S_R - \frac{1}{2\alpha_2} \right) \right] \tag{23}$$

其中：$$B_1 = \frac{\widehat{Q_S}\widehat{S_R}^{\,1-d_1}}{2\alpha_2} \times \left[\frac{(1-b)(1-d_2)}{c} + \frac{d_2 C_{R,0}}{r\widehat{S_R}} + \frac{2\sigma^2\alpha_2^{\,2}\left((1-b)\widehat{S_R} - C_{R,0}\right)(1-b)^{d_1}\ln\widehat{S_R}}{\widehat{S_R}} \right]$$

$$B_2 = \frac{\widehat{Q_S}\widehat{S_S}^{\,1-d_2}}{2\alpha_2} \times \left[\frac{b(1-a)(1-d_1)}{c} + \frac{d_1\left((a-1)C_{R,0} + C_{S,0}\right)}{r\widehat{S_S}} \right.$$
$$\left. - \frac{\sigma^2\alpha_2\left((1-b)\widehat{S_R} - C_{R,0}\right)}{\widehat{S_S}} \times \left(\frac{(1-b)\widehat{S_S}}{\widehat{S_R}} \right)^{d_1} \right]$$

（23）式的意義為：在現貨價格 S_R 介於供應商出貨給零售商之每單位商品售價的門檻值 $\widehat{S_S}$ 和零售商每單位商品售價的門檻值 $\widehat{S_R}$ 之間時，供應商在最佳決策 $Q_S^* = \widehat{Q_S}$ 與零售商在最佳決策 $Q_R^* = 0$ 之供應鏈的精確價值。

（18）式的封閉解為：

$$V\left(S_R\right) = C_1 {S_R}^{d_1} + C_2 {S_R}^{d_2} + \widehat{Q_S}\left(\frac{1-ab}{c} \times S_R - \frac{aC_{R,0} + C_{S,0}}{r}\right) \quad (24)$$

因為（24）式滿足邊界條件（20）式，且 $d_1 > 1$，所以，$C_1 = 0$。因此，（24）式變成：

$$V\left(S_R\right) = C_2 {S_R}^{d_2} + \widehat{Q_S}\left[\frac{\left(1-ab\right)}{c} \times S_R - \frac{aC_{R,0} + C_{S,0}}{r}\right] \quad (25)$$

其中：
$$C_2 = \frac{\widehat{Q_S}}{2\alpha_2} \times \left\{ \widehat{S_R}^{\,1-d_2} \times \left[\frac{\left(1-b\right)\left(1-d_1\right)}{c} + \frac{d_1 C_{R,0}}{r\widehat{S_R}} + \frac{\sigma^2 \alpha_2 \left(\left(1-b\right)\widehat{S_R} - C_{R,0}\right)\left(1-b\right)^{d_1}}{\widehat{S_R}}\right] \right.$$
$$+ \widehat{S_S}^{\,1-d_2} \times \left[\frac{b\left(1-a\right)\left(1-d_1\right)}{c} + \frac{d_1\left(\left(a-1\right)C_{R,0} + C_{S,0}\right)}{r\widehat{S_S}}\right.$$
$$\left.\left. - \frac{\sigma^2 \alpha_2 \left(\left(1-b\right)\widehat{S_R} - C_{R,0}\right)}{\widehat{S_S}} \times \left(\frac{\left(1-b\right)\widehat{S_S}}{\widehat{S_R}}\right)^{d_1}\right]\right\}$$

（25）式的意義為：在現貨價格 S_R 高於供應商出貨給零售商之每單位商品售價的門檻值 $\widehat{S_S}$ 和零售商每單位商品售價的門檻值 $\widehat{S_R}$ 時，決策者在最佳決策 $Q_S^* = Q_R^* = \widehat{Q_S}$ 之供應鏈的精確價值。

肆、敏感度分析

以下將進行供應商商品製造成本的比例常數 a 對供應商每單位商品售價門檻值 $\widehat{S_S}$、零售商商品進貨成本的比例常數 b 對零售商每單位商品售價門檻值 $\widehat{S_R}$ 的敏感度分析，同時也就市場的無風險利率 r 和現貨價格報酬率的波動度 σ 對供應商商品售價門檻值 $\widehat{S_S}$、零售商商品售價門檻值 $\widehat{S_R}$、三種不同情況之最佳決策下供應鏈價值進行敏感度分析。在此，所使用的分析工具為數學商業軟體「MATLAB」。另外，在市場的無風險利率 r 和現貨價格報酬率的波動度 σ 之參數範圍的選擇上，因為實務上資產價格在市場上的無風險利率 r 範圍介於 0.05 到 0.15 之間，資產價格報酬率的波動度 σ 範圍介於 0.1 到 0.3 之間，因此，本文對於市場的無風險利率 r 和現貨價格報酬率的波動度 σ 在供應商商品售價門檻值 $\widehat{S_S}$、零售商商品售價門檻值 $\widehat{S_R}$、最佳決策下供應鏈價值的敏感度分析上，將市場的無風險利率 r 分析選取範圍定義在 0.01 到 0.25 之間，現貨價格報酬率的波動度 σ 分析選取範圍定義在 0.01 到 0.35 之間。至於便利性收益率 c 的數值，則是定義在合理範圍 0 到 0.1 之間。

一、供應商商品製造成本的比例常數對供應商每單位商品售價門檻值、零售商商品進貨成本的比例常數對零售商每單位商品售價門檻值的敏感度分析

圖 1 為供應商商品製造成本的比例常數 a 對其每單位商品售價的門檻值 $\widehat{S_S}$ 之影響；觀察圖 1，我們發現，當沉沒成本 $C_{S,0}$ 固定不變時，供應商成本的比例常數對其每單位商品售價的門檻值呈現正相關；圖 2 為零售商商品進貨成本的比例常數 b 對其每單位商品售價的門檻值 $\widehat{S_R}$ 之影響。觀察圖 2，我們發現，當沉沒成本 $C_{R,0}$ 固定不變、市場的無風險利率 r 、現貨價格報酬率波動度 σ 和便利性收益率 c 固定時，零售商成本的比例常數對其每單位商品售價的門檻值也呈現正相關。因此我們的結論是，因為商品成本比例常數提高，造成每單位商品成本上漲，促使供應商和零售商每單位商品售價的門檻值提高。此處較特別的是，供應商與零售商的成本比例常數若超過 0.8 時，無論是供應商還是零售商，每單位商品售價的門檻值都會大幅提高。

二、市場的無風險利率和現貨價格報酬率的波動度對供應商商品售價門檻值、零售商商品售價門檻值、最佳決策下供應鏈價值進行敏感度分析

圖 3 為市場的無風險利率 r 和現貨價格報酬率的波動度 σ 對供應商每單位商品售

價的門檻值 $\widehat{S_S}$ 與零售商每單位商品售價的門檻值 $\widehat{S_R}$ 的影響。對供應商而言，供應商的出貨對象為集團內的零售商，其每單位商品的售價是和零售商議定的，故其每單位商品售價的門檻值與市場的無風險利率 r 及現貨價格報酬率的波動度 σ 無關。若 $\frac{\partial \widehat{S_S}}{\partial r}=0$ 且 $\frac{\partial \widehat{S_S}}{\partial \sigma^2}=0$ 或是觀察圖 3，我們也能得到，市場的無風險利率 r 與現貨價格報酬率的波動度 σ 無論如何變化，都不會影響供應商每單位商品售價的門檻值 $\widehat{S_S}$；對零售商而言，因為 $\frac{\partial \widehat{S_R}}{\partial r}>0$ 且 $\frac{\partial \widehat{S_R}}{\partial \sigma^2}>0$，所以市場的無風險利率 r 或現貨價格報酬率波動度 σ 的增加都會造成零售商每單位商品售價的門檻值 $\widehat{S_R}$ 的提高。因此，只有市場的無風險利率 r 和現貨價格報酬率的波動度 σ 對零售商每單位商品售價的門檻值 $\widehat{S_R}$ 呈現正相關。值得注意的是，在單一公司的模型中，當公司有無窮資源時，最佳銷售量不會受到現貨價格報酬率的波動度所影響，而本文的模型中，因為現貨價格報酬率波動度 σ 的增加，會使零售商每單位商品售價的門檻值 $\widehat{S_R}$ 提高，從而減少零售商商品的銷售量。除此之外，當市場的無風險利率 r 提高、或是現貨價格報酬率波動度 σ 提高時，導致零售商每單位商品售價的門檻值 $\widehat{S_R}$ 也隨之提高，使得現貨價格 S_R 跨過門檻值的難度增加，從而使得供應鏈中的零售商決策者會為了執行最佳決策，有可能等待達到執行決策的時間點會更久，造成零售商決策者執行最佳決策的困難度。

圖 4 為市場的無風險利率 r 和現貨價格報酬率的波動度 σ 對於最佳決策下，在 $0\le S_R<\widehat{S_S}<\widehat{S_R}$ 情形下之供應鏈價值 $H(S_R)$的影響；圖 5 為市場的無風險利率 r 和現貨價格報酬率的波動度 σ 對於最佳決策下，在 $\widehat{S_S}\le S_R<\widehat{S_R}$ 情形下之供應鏈價值 $U(S_R)$的影響；圖 6 為市場的無風險利率 r 和現貨價格報酬率的波動度 σ 對於最佳決策下，在 $\widehat{S_S}<\widehat{S_R}\le S_R$ 情形下之供應鏈價值 $V(S_R)$的影響。從這三個圖中，我們可以發現，市場的無風險利率 r 和現貨價格報酬率的波動度 σ 對不同情形下，於最佳決策之供應鏈價值都呈現正相關，也就是當市場的無風險利率 r 或現貨價格報酬率的波動度 σ 增加時，供應鏈價值都會增加。此現象也和金融選擇權中買權的價值隨著市場的無風險利率增加而增加、隨著標的價格報酬率的波動度增加而增加的現象相同。所以我們所建立之供應鏈，其價值具有選擇權的概念。另外，我們所得出之圖 4、圖 5 和圖 6 的結果，和 Cortazar and Schwartz(1993)所架構之單一公司模型在 $0\le S_R<\widehat{S_S}<\widehat{S_R}$、$\widehat{S_S}\le S_R<\widehat{S_R}$ 及在 $\widehat{S_S}<\widehat{S_R}\le S_R$ 情形下，市場的無風險利率 r 和現貨價格報酬率的波動度 σ 對兩階段生產之公司價值的影響所得到的結果是一致的。

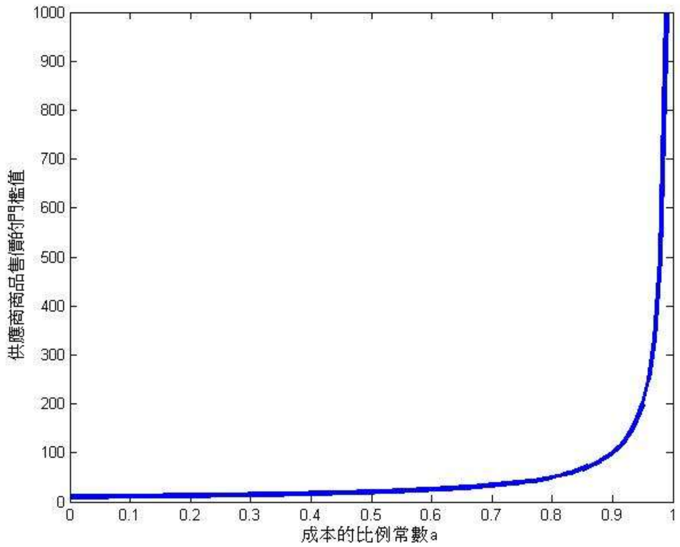

圖 1　供應商製造成本的比例常數 a 對其商品售價門檻值 $\widehat{S_S}$ 的影響

註：參數設定如下：$C_{S,0}$=10。

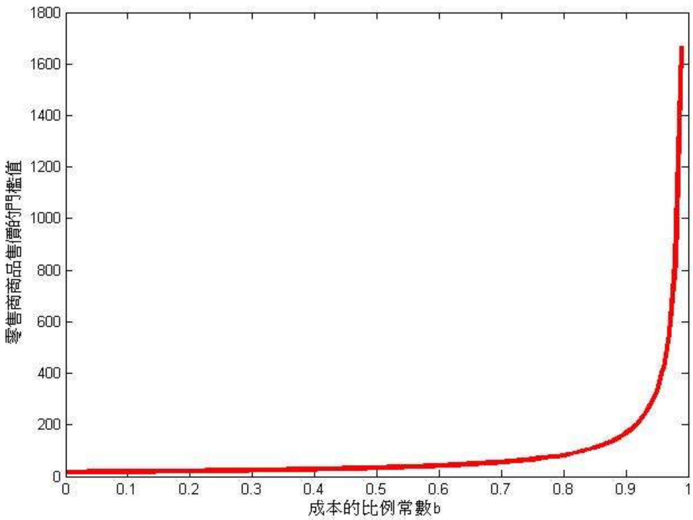

圖 2　零售商進貨成本的比例常數 b 對其商品售價的門檻值 $\widehat{S_S}$ 的影響

註：參數設定如下：$C_{R,0}$＝10，R＝0.10，C＝0.09，σ ＝0.20。

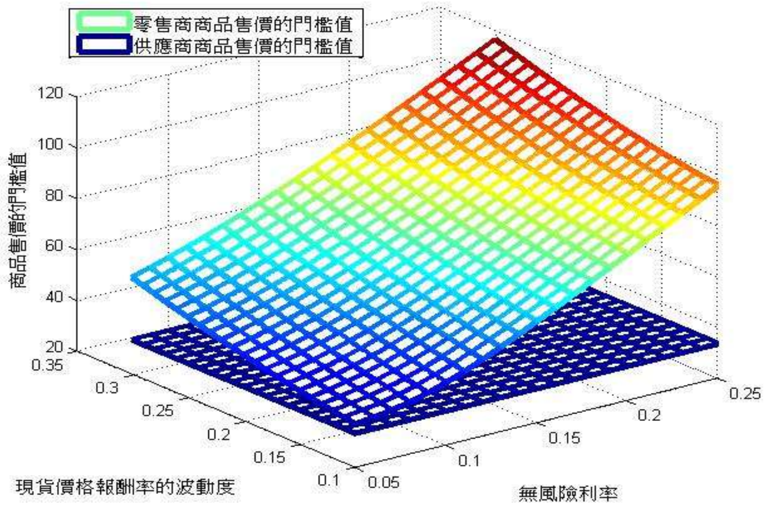

圖 3　無風險利率和現貨價格報酬率的波動度對供應商商品售價門檻值 $\widehat{S_S}$ 與零售商商品售價門檻值 $\widehat{S_R}$ 之影響

註：參數設定如下： $C_{S,0}=C_{R,0}=10$，$c=0.09$，$a=b=0.7$ 。

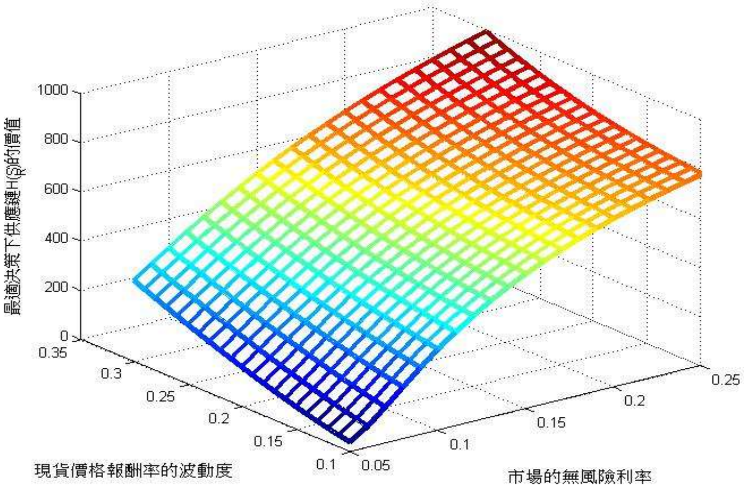

圖 4　無風險利率和現貨價格報酬率的波動度對最佳決策下供應鏈價值 $H(S_R)$ 的影響

註：參數設定如下： $c=0.04$，$S_R=10$，$\widehat{Q_S}=10$，$a=b=0.7$ 。

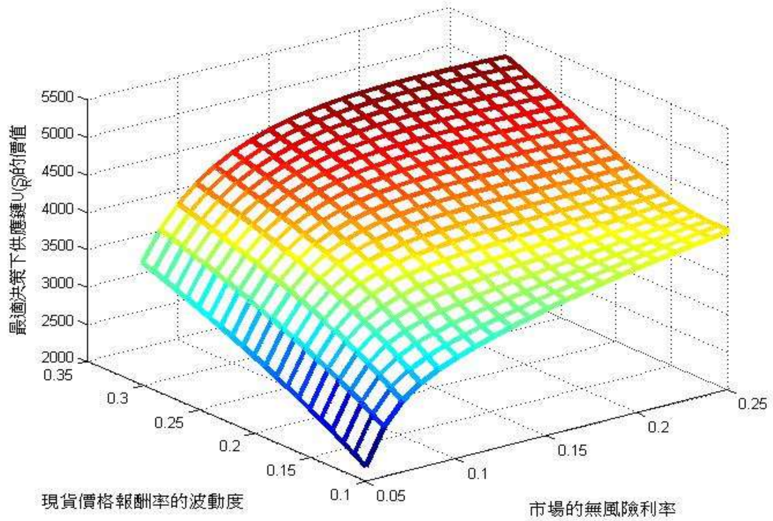

圖 5　無風險利率和現貨價格報酬率的波動度對最佳決策下供應鏈價值 $U\left(S_R\right)$ 的影響。

註：參數設定如下： $c=0.04$，$S_R=40$，$\widehat{Q_S}=10$，$a=b=0.7$，$C_{S,0}=C_{R,0}=10$ 。

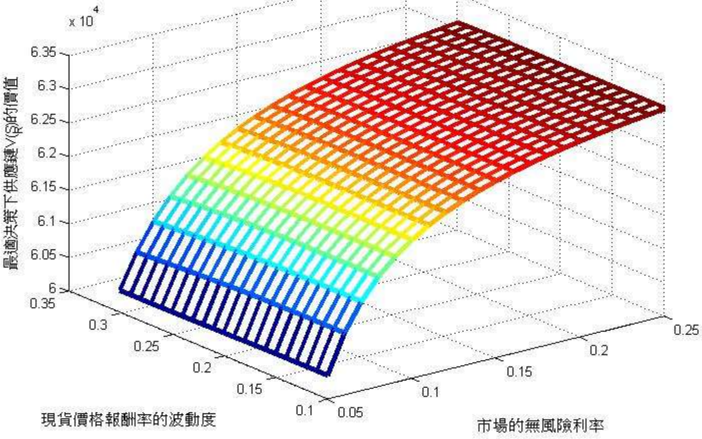

圖 6　無風險利率和現貨價格報酬率的波動度對最佳決策下供應鏈價值 $V\left(S_R\right)$ 的影響

註：參數設定如下： $c=0.04$，$S_R=500$，$\widehat{Q_S}=10$，$a=b=0.7$，$C_{S,0}=C_{R,0}=10$ 。

伍、結論

本文架構一個由單一供應商、單一零售商與多個消費者組成之垂直整合的二階序列式動態供應鏈模型，假設市場的現貨價格為隨機，供應商每單位商品的製造成本及零售商每單位商品的進貨成本與現貨價格連動，在以供應商商品的製造量及零售商商品的銷售量為決策之下，採用無窮期連續時間型態的實質選擇權分析法，評價於最佳決策之供應鏈的價值。我們依據現貨價格與供應商每單位商品售價的門檻值、零售商每單位商品售價的門檻值之間的關係，求出在 $0 \le S_R < \widehat{S_S} < \widehat{S_R}$、$\widehat{S_S} \le S_R < \widehat{S_R}$ 和 $\widehat{S_S} < \widehat{S_R} \le S_R$ 三種情形下供應鏈價值的封閉解。接著就市場的無風險利率和現貨價格報酬率的波動度對供應商每單位商品售價的門檻值、零售商每單位商品售價的門檻值與供應鏈價值進行比較靜態分析，得到市場的無風險利率和現貨價格報酬率的波動度對零售商每單位商品售價的門檻值及於最佳決策下之供應鏈價值呈現正相關的結果。現在將本文主要的結論、實務上的應用與限制和未來研究方向摘要如下，以提供學者後續從事供應鏈與實質選擇權相關議題研究的參考。

一、主要的研究結論

(一) 以實質選擇權方法評價供應鏈價值的部份：本文和傳統文獻最大不同之處在於「評價方法的型態」。

以無窮期連續時間型態的實質選擇權方法去評價資產的文獻中，大部分是評價礦權、專案、不同型態公司的價值等等，例如：Cortazar and Schwartz（1993）就是採用無窮期連續時間型態的實質選擇權方法對兩階段生產的公司價值進行評價。研究供應鏈並評價其價值的文獻，大部分是以離散時間型態的實質選擇權方法評價，以無窮期連續時間型態的實質選擇權方法評價供應鏈價值的文獻比較少，主要的原因在於供應鏈價值的封閉解雖然能有效估計出供應鏈的精確價值，然而，供應鏈價值的封閉解卻受到數學工具的限制而不容易推導出結果。即便是如此，Chen（2012）也曾經採用該方法，在特定條件限制之下，評價隨機需求之下供應鏈於投資策略下的價值。雖然，越複雜的供應鏈模型，其供應鏈價值的封閉解越難求得，可是，本文依然建構了與現貨價格連動之隨機成本的二階序列式動態供應鏈，以無窮期連續時間型態的實質選擇權方法，評價出最佳決策之下供應鏈價值的封閉解，據以找出供應鏈的精確價值。

(二) 就供應商商品出貨量與零售商商品銷售量的決策方面：本文提出了決策者能依據現貨價格和供應商每單位商品售價門檻值與零售商每單位商品售價門檻值之間的關係進行決策的設計。

在現貨價格變動時，會與供應商每單位商品售價的門檻值、零售商每單位商品售價的門檻值之間呈現三種大小關係，本文提出了在這三種關係之下供應商和零售商的最佳決策方式及判斷依據。

(三) 就市場的無風險利率和現貨價格報酬率的波動度而言：市場的無風險利率和現貨價格報酬率的波動度與最佳決策下供應鏈的價值呈現正相關。

當市場的無風險利率增加，或是現貨價格報酬率的波動度增加，對在最佳決策下供應鏈的價值是有利的。由過去的文獻可知，市場的無風險利率和現貨價格報酬率的波動度與最佳決策下公司的價值亦呈現正相關，因此，我們得到市場的無風險利率和現貨價格報酬率的波動度對供應鏈價值與單一公司價值的影響具有一致性。

二、在實務上的應用與限制

(一) 適用產業：本文中的供應鏈模型與供應鏈價值的封閉解，適用於產品成本容易因為不確定性因素隨機波動，而且產品價格由市場報價決定的產業。

當產業的發展高度受制於外部環境時，此時供應鏈的獲利就容易因為環境變化所造成之產品取得成本的不確定性而容易波動。例如：鋼鐵業、石油製品業、運輸業、航空業等高度原物料需求的產業，會因為原物料在市場上價格的變化，使得產品成本有著隨機波動的特性；稻米、小麥、棉花、可可等農產品產業，產品價格受制於天氣的變化或勞動力的短缺而在市場上容易波動。高科技產業中，記憶體、太陽能電池、面板等產業，因為產品在市場上的報價會有所波動，因此產品在製造成本上亦呈現隨機性。因為本文的假設條件設定在供應商商品的製造成本與零售商商品的進貨成本為隨機成本，所以，此供應鏈模型在研究限制上，適用於對於外部資源和環境有著高度的依賴程度、產品的原物料成本由市場價格決定、或是高度受到氣候、政策等變數的影響，造成產品的成本呈現隨機的產業。

(二) 決策者的決策：符合上述(一)的產業，決策者可依據現貨價格與門檻值之間的關係制定最佳策略。

符合上述(一)條件的產業，供應商與零售商的決策者可以事先估計出供應商每單位商品售價的門檻值與零售商每單位商品售價的門檻值，並視商品在市場上的報價和兩者之間的關係，決定最佳出貨或最佳銷售策略。例如：當現貨價格高於供應商每單位商品售價的門檻值時，供應商決策者就能採用全部出貨給零售商的策略；當現貨價格低於零售商每單位商品售價的門檻值時，零售商的決策者就先庫存產品；當現貨價格高於零售商每單位商品售價的門檻值時，零售商就採用全力出清產品的策略。

三、未來研究方向

由於建立理論模型的目的，不外乎是希望能將現實世界中供應鏈發展的模式與經營者的決策行為套入框架中，進而找出最佳決策並精確地評估供應鏈價值，同時就外在經濟因素對供應鏈營運的影響進行分析，並針對其現象找出解決問題的方法。為了使我們所架構的理論模型能更貼近現實世界供應鏈的運作模式，以有效解決供應鏈經營者所面對的難題，因此，我們針對本文的模型架構、假設條件與決策方式，提出了以下五點日後的研究方向：

(一) 就假設條件方面：重新設定供應商商品的製造成本與零售商商品的進貨成本之假設。

在假設條件方面，本文假設現貨價格為服從幾何布朗運動的動態過程，從而供應商商品的製造成本與零售商商品的進貨成本為隨現貨價格變動的隨機過程。在此，我們可以根據不同的產業，重新假設供應商商品的製造成本與零售商商品的進貨成本。

(二) 就存貨的設定方式：考慮存貨由供應商承受、或是雙方承受的模式。

本文供應鏈模型中的存貨由零售商承受，我們可以考慮近年興起的供應商庫存管理（Vendor-Managed Inventory, VMI）制度，將存貨問題設定在供應商，由供應商配送存貨給零售商，使零售商零庫存，甚至更進一步地，可以設定雙方都承受存貨，據此建立供應鏈的模型，評價出供應鏈的價值。

(三) 就模型架構方面：可以嘗試建立多家供應商與多家零售商所組成之序列式動態供應鏈模型，同時找出供應鏈價值的封閉解。

本文中的供應鏈模型，為由單一供應商、單一零售商與多個消費者所組成之二階序列式動態供應鏈模型，然而，就現在供應鏈複雜化的情況，供應商的組成成員和零售商的組成成員已經不太可能是單一成員，因此，供應鏈模型可以擴充成多家供應商與多家零售商、多個消費者組成的供應鏈模型。

(四) 就評價方法方面：可以嘗試採用適合供應鏈模型的數值方法進行評價。

欲架構供應鏈模型、並得到供應鏈價值的封閉解，必須在層層假設條件的限制之下才有機會推導出來。因此，在實務的使用上也會有諸多限制，若放寬假設條件，即使能建立供應鏈模型，供應鏈價值的封閉解也是很難得到，甚至是無法求出。所以，欲評價放寬假設條件之供應鏈的價值時，可嘗試使用適合所建立之供應鏈模型的數值方法進行評價。

(五) 就決策者的決策方面：引進賽局理論的觀念進入供應鏈模型中，以找出在均衡條件下供應商和零售商的最佳決策。

在本文的供應鏈模型中，經營者的決策都是以商品的製造數量或銷售數量為決策變數，在追求聯合利潤與兩家公司雙贏的同時，雙方也存在著利益之間的衝突。因此，我們可以嘗試將賽局理論中的觀念引進供應鏈的模型中，尋求供應商商品製造量與零售商商品銷售量的均衡解，較能符合經濟學中供給需求曲線的均衡觀念。

參考文獻

1. Arasteh, A. (2020). Supply chain management under uncertainty with the combination of fuzzy multi-objective planning and real options approaches. Soft Computing, 24(7), 5177-5198.
2. Boyle, G. W., & Guthrie, G. A. (2003). Investment, uncertainty, and liquidity. The Journal of Finance, 58(5), 2143-2166.
3. Brennan, M. J., & Schwartz, E. S. (1985). Evaluating natural resource investments. The Journal of Business, 58(2), 135-157.
4. Burnetas, A., & Ritchken, P. (2005). Option pricing with downward-sloping demand curves: The case of supply chain options. Management Science, 51(4), 566-580.
5. Chen, P. Y. (2012). The investment strategies for a supply chain under stochastic demands. International Journal of Production Economics, 139(1), 80-89.
6. Cortazar, G., & Schwartz, E. S. (1993). A compound option model of production and intermediate inventories. The Journal of Business, 66(4), 517-540.
7. Dixit, A. K., & Pindyck, R. S. (1994). Investment under Uncertainty. Princeton, NJ: Princeton University Press.
8. He, H., & Pindyck, R. S. (1992). Investments in flexible production capacity. Journal of Economic Dynamics and Control, 16(3-4), 575-599.
9. Ingersoll Jr, J. E., & Ross, S. A. (1992). Waiting to invest: Investment and uncertainty. The Journal of Business, 65(1), 1-29.

10. Jauhari, W. A., Pujawan, I. N., & Suef, M. (2021). A closed-loop supply chain inventory model with stochastic demand, hybrid production, carbon emissions, and take-back incentives. Journal of Cleaner Production, 320, 128835.

11. Jauhari, W. A., Affifah, D. N., Laksono, P. W., & Utama, D. M. (2024). A closed-loop supply chain inventory model with stochastic demand, exchange rate, green investment, and carbon tax. Cleaner Logistics and Supply Chain, 13, 100168.

12. Kungwalsong, K., Cheng, C. Y., Yuangyai, C., & Janjarassuk, U. (2021). Two-stage stochastic program for supply chain network design under facility disruptions. Sustainability, 13(5), 1-19.

13. Li, Y., Wu, M., & Li, Z. (2018). A real options analysis for renewable energy investment decisions under China carbon trading market. Energies, 11(7), 1817-1827.

14. Litvinchev, I., Rios, Y. A., Özdemir, D., & Hernández-Landa, L. G. (2014). Multiperiod and stochastic formulations for a closed-loop supply chain with incentives. Journal of Computer and Systems Sciences International, 53(2), 201-211.

15. Majd, S., & Pindyck, R. S. (1987). Time to build, option value, and investment decisions. Journal of Financial Economics, 18(1), 7-27.

16. Malik, A. I., & Sarkar, B. (2019). Coordinating supply-chain management under stochastic fuzzy environment and lead-time reduction. Mathematics, 7(5), 480.

17. McDonald, R., & Siegel, D. R. (1986). The value of waiting to invest. The Quarterly Journal of Economics, 101(4), 707-727.

18. Mentzer, J. T., DeWitt, W., Keebler, J. S., Min, S., Nix, N. W., Smith, C. D., & Zacharia, Z. G. (2001). Defining supply chain management. Journal of Business Logistics, 22(2), 1-25.

19. Musiela, M., & Rutkowski, M. (2004). Martingale Method in Financial Modeling (2nd ed.). New York, NY: Springer-Verlag.

20. Nembhard, H. B., Shi, L., & Aktan, M. (2005). A real-options-based analysis for supply chain decisions. IIE Transactions, 37(10), 945-956.

21. Paddock, J. L., Siegel, D. R., & Smith, J. L. (1988). Option valuation of claims on real assets: The case of offshore petroleum leases. The Quarterly Journal of Economics, 103(3), 479-508.

22. Pindyck, R. S. (1988). Irreversible investment, capacity choice, and the value of the firm. American Economic Review, 78(5), 969-985.

23. Schwartz, E. S., & Moon, M. (2001). Rational pricing of internet companies revisited. The Financial Review, 36, 7-26.

24. Triantis, A. J., & Hodder, J. E. (1990). Valuing flexibility as a complex option. The Journal of Finance, 45(2), 549-565.

25. Wu, K., De Schutter, B., Rezaei, J., & Tavasszy, L. (2023). Decision analysis and coordination in green supply chains with stochastic demand. International Journal of Systems Science: Operations & Logistics, 10(1), 2208277.

26. Zhou, Y. W., & Yang, S. (2008). Pricing coordination in supply chains through revenue sharing contracts. Information and Management Sciences, 19(1), 31-51.

114 年 **06** 月 **12** 日收稿

114 年 **07** 月 **01** 日初審

114 年 **08** 月 **06** 日複審

114 年 **08** 月 **14** 日接受

作者介紹

Author's Introduction

姓名	王偉弘
Name	Wei-Hong Wang
服務單位	國立臺北大學商學院國際財務金融碩士在職專班助理教授
Department	Assistant Professor, Executive Master of Business Administration in International Finance, National Taipei University
聯絡地址	237303 新北市三峽區大學路 151 號
Address	No. 151, University Rd., Sanxia Dist., New Taipei City 237303, Taiwan (R.O.C.)
E-mail	wangwh@mail.ntpu.edu.tw
專長	財務工程、財務數學、財務數量方法、實質選擇權
Specialty	Financial Engineering, Financial Mathematics, Quantitative Methods in Finance, Real Options

姓名	廖四郎
Name	Szu-Lang Liao
服務單位	國立政治大學金融學系教授
Department	Professor, Department of Money and Banking, National Chengchi University
聯絡地址	116011 臺北市文山區指南路二段 64 號
Address	No. 64, Sec. 2, Zhinan Rd., Wenshan Dist., Taipei City 116011, Taiwan (R.O.C)
E-mail	liaosl@nccu.edu.tw
專長	財務工程、數位金融、國際金融、金融機構風險管理
Specialty	Financial Engineering, Digital Finance, International Finance, Risk Management in Financial Institutions